

Решение Варианта 6401

- | | |
|---------|-----------|
| 1. 0,8 | 11. 1512 |
| 2. 1 | 12. 3,5 |
| 3. 4 | 13. 23 |
| 4. -2,5 | 14. 2 |
| 5. 231 | 15. 9 |
| 6. 18 | 16. 3600 |
| 7. 1,5 | 17. 2,5 |
| 8. 3 | 18. 34 |
| 9. 70 | 19. 0,75 |
| 10. 20 | 20. 42,25 |

Решение части 2.

№21. Сократите дробь $\frac{12^n}{2^{2n-3} \cdot 3^{n-1}}$.

Решение.

$$\frac{12^n}{2^{2n-3} \cdot 3^{n-1}} = \frac{(2^2 \cdot 3)^n}{2^{2n-3} \cdot 3^{n-1}} = \frac{2^{2n} \cdot 3^n}{2^{2n-3} \cdot 3^{n-1}} = 2^{2n-2n+3} \cdot 3^{n-n+1} = 2^3 \cdot 3^1 = 8 \cdot 3 = 24.$$

Ответ: 24.

№22. Туристы проплыли на лодке от лагеря некоторое расстояние вверх по течению реки, затем причалили к берегу и, прогуливаясь 3 часа, вернулись обратно через 5 часов от начала путешествия. На какое расстояние от лагеря они отплыли, если скорость течения реки 2 км/ч, а собственная скорость лодки 8 км/ч?

Решение.

	v	t	S
по течению	? км/ч	? ч	? км одинаковое
против течения	? км/ч	? ч	
собственная скорость	8 км/ч	—	—
скорость течения	2 км/ч	—	—

$$1) v_{\text{по мер}} = 2 + 8 = 10 \text{ (км/ч)}$$

$$2) v_{\text{пр. мер}} = 8 - 2 = 6 \text{ (км/ч)}$$

$$3) t_{\text{в пути}} = 5 - 3 = 2 \text{ (ч)}$$

4) Пусть расстояние равно x км. Тогда $t_{\text{по мер}} = \frac{x}{10}$ ч,
 $t_{\text{пр. мер}} = \frac{x}{6}$ ч. Так как всего потрачено 2 ч, то составим уравнение:

$$\frac{x}{10} + \frac{x}{6} = 2 \cdot 30$$

$$3x + 5x = 60$$

$$8x = 60$$

$$x = 60 : 8$$

$$x = 7,5$$

Значит расстояние 7,5 км

Ответ: 7,5 км.

№23. Постройте график функции $y = \frac{(x-2)(x^2-5x+4)}{x-4}$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком функции ровно одну общую точку.

Решение.

Найдём ОДЗ. Дробь имеет смысл, если знаменатель не равен нулю. $x - 4 \neq 0$; $x \neq 4$.

Упростим выражение $\frac{(x-2)(x^2-5x+4)}{x-4}$

Разложим на множители квадратный трёхчлен

$$x^2 - 5x + 4$$

$$D = b^2 - 4ac = 25 - 4 \cdot 4 = 9$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 + 3}{2} = 4$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 - 3}{2} = 1.$$

$$x^2 - 5x + 4 = (x-1)(x-4)$$

$$\frac{(x-2)(x^2-5x+4)}{x-4} = \frac{(x-2)(x-1)(x-4)}{x-4} = x^2 - 2x - 1x + 2 =$$

$$= x^2 - 3x + 2.$$

Построим график функции $y = x^2 - 3x + 2$ при $x \neq 4$.

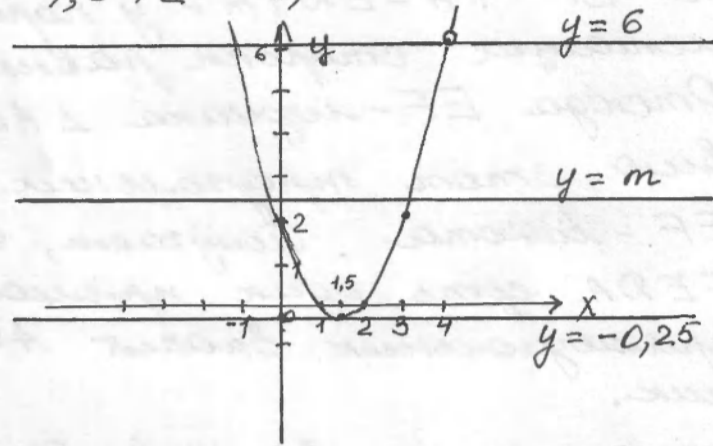
$y = x^2 - 3x + 2$ - квадратичная функция, графиком будет парабола.

Найдём координаты вершины параболы:

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$y_0 = 1,5^2 - 3 \cdot 1,5 + 2 = 2,25 - 4,5 + 2 = -0,25$$

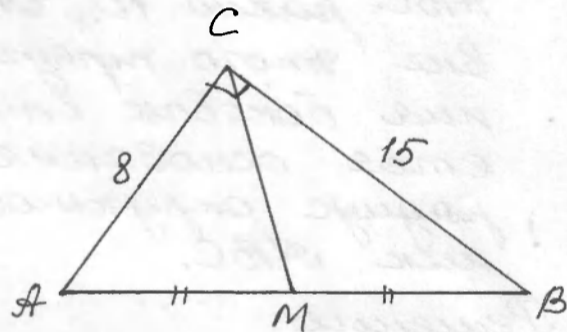
x	0	1	1,5	2	3	4
y	2	0	-0,25	0	2	6



Прямая $y = m$ имеет с графиком функции ровно одну общую точку при $m = 6$ или $m = -0,25$.

Ответ: $-0,25; 6$.

№ 24. В прямоугольном $\triangle ABC$ с прямым углом C известны катеты: $AC = 8$, $BC = 15$. Найдите медиану CM этого треугольника.



Решение.

Если около прямоугольного треугольника описать окружность, то гипотенуза прямоугольного треугольника будет диаметром этой окружности, а середина гипотенузы - центром этой окружности. Значит медиана, проведенная из прямого угла, является радиусом окружности и равна половине гипотенузы.

По теореме Пифагора

$$AB^2 = AC^2 + CB^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$$

$$AB = \sqrt{289} = 17$$

$$\text{Значит } CM = 17 : 2 = 8,5.$$

Ответ: $8,5$.

№ 25. В параллелограмме $ABCD$ точка E - середина стороны CD . Известно, что $EA = EB$. Докажите, что данный параллелограмм - прямоугольник.

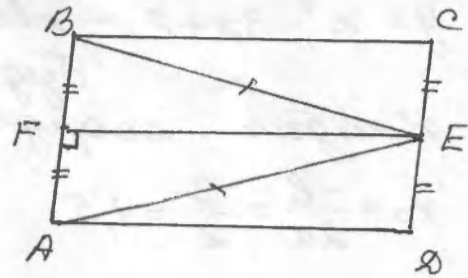
Решение.

Проведём через точку E прямую $EF \parallel BC$. Значит $EF \parallel AD$.

Следовательно $FBCE$ и $AFED$ - параллелограммы. Значит

$CE = BF = FA = ED$ (т.к. у параллелограмма противолежащие стороны равны).

Отсюда EF - медиана $\triangle ABE$. А так как по условию этот треугольник равнобедренный, то EF - высота. Получаем, что в параллелограмме $FEDA$ есть один прямой угол. Значит $FEDA$ - прямоугольник. Значит $ABCD$ - тоже прямоугольник.



- № 26. Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 10. Окружность радиуса 6 с центром вне этого треугольника касается продолжения боковой стороны треугольника и касается основания AC в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

Решение

Центры окружностей, вписанной в угол CBA

и вписанной в угол CBA лежат на биссектрисе угла CBA . И так как B

$\triangle ABC$ равнобедренный то BO - серединный перпендикуляр к отрезку CA .

$\triangle O_1OA$ прямоугольный (так как угол между биссектрисами AO_1 и AO смежных углов равен 90°)

Получаем, что в прямоугольном \triangle -ке O_1AO высота AM , проведенная из прямого угла делит его на два подобных треугольника $\triangle O_1MA$ и $\triangle OMA$.

Значит соответствующие стороны этих треугольников пропорциональны.

Значит соответствующие стороны этих треугольников пропорциональны.

$$\frac{O_1M}{AM} = \frac{AM}{OM} \Rightarrow O_1M = \frac{AM^2}{OM} = \frac{5^2}{6} = \frac{25}{6} = 4\frac{1}{6}$$

Ответ: $4\frac{1}{6}$.

