Решение Варианта 6402.

1. 0,6
2. 4
3. 3
4. −0,9
5. 312
6. 9
7. 2
8. 3
9. 62
10. 40
11. 3408
12. 0,75
13. 13
14. 1
15. 2
16. 868
17. 1,9
18. 34
19. 0,7
20. 20,25

Решение части 2.

№21. Сократите дробь $\dfrac{45^n}{3^{2n-1}\cdot 5^{n-2}}$.

Решение.

$$\frac{45^n}{3^{2n-1}\cdot 5^{n-2}} = \frac{(3^2\cdot 5)^n}{3^{2n-1}\cdot 5^{n-2}} = \frac{3^{2n}}{3^{2n-1}}\cdot\frac{5^n}{5^{n-2}} = 3^{2n-2n+1}\cdot 5^{n-n+2} =$$

$$= 3^1\cdot 5^2 = 3\cdot 25 = 75.$$

Ответ: 75.

№22. Туристы проплыли в лодке от лагеря некоторое расстояние вверх по течению реки, затем причалили к берегу и, погуляв 3 часа, вернулись обратно через 7 часов от начала путешествия. На какое расстояние от лагеря они отплыли, если скорость течения реки равна 3 км/ч, а собственная скорость лодки 5 км/ч?

Решение.

	v	t	S
по течению	? км/ч	? ч; стоянка 3ч; } 7ч	? км одинаковое
против течение	? км/ч	? ч	? км
собственная скорость	5 км/ч	—	—
скорость течения	3 км/ч	—	—

1) $v_{\text{по теч.}} = 5 + 3 = 8$ (км/ч)
2) $v_{\text{пр. теч.}} = 5 - 3 = 2$ (км/ч)
3) $t_{\text{в пути}} = 7 - 3 = 4$ (ч)
4) ~~Пусть~~ путь равен x км. Тогда $t_{\text{по теч.}} = \frac{x}{8}$ ч, $t_{\text{пр. теч.}} = \frac{x}{2}$ ч. Т.к. всего 4ч, то составим уравнение:

$$\frac{x^{\backslash 1}}{8} + \frac{x^{\backslash 4}}{2} = 4^{\backslash 8} \Big| \cdot 8$$

$1x + 4x = 32$

$5x = 32$

$x = 6,4$

Значит весь путь 6,4 км.

Ответ: 6,4 км.

№23. Постройте график функции $y = \frac{(x-5)(x^2-6x+8)}{x-2}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

Найдем ОДЗ. Дробь имеет смысл, если знаменатель не равен нулю: $x - 2 \neq 0$; $x \neq 2$.

Упростим выражение $\frac{(x-5)(x^2-6x+8)}{x-2}$

Разложим трёхчлен $x^2 - 6x + 8$ на множители:

$D = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot 8 = 36 - 32 = 4$

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{6+2}{2} = 4$

$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{6-2}{2} = 2.$

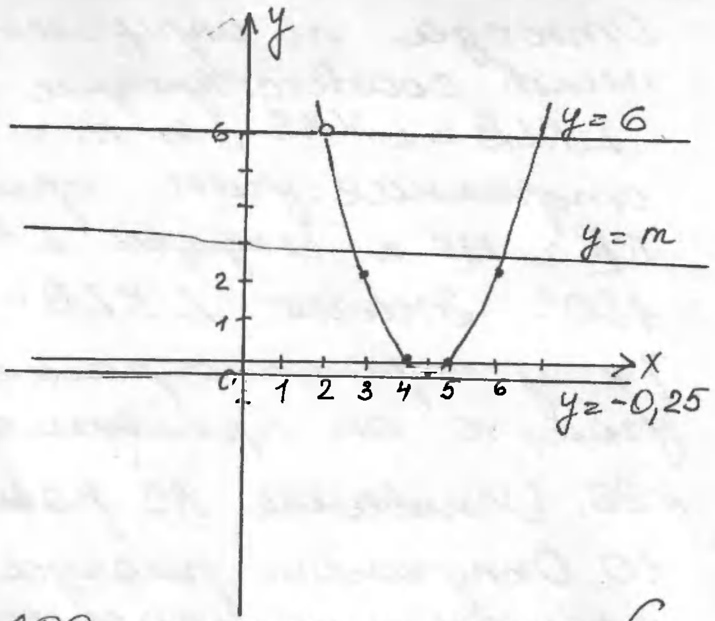
$x^2 - 6x + 8 = (x-4)(x-2)$

$$\frac{(x-5)(x^2-6x+8)}{x-2} = \frac{(x-5)(x-4)\cancel{(x-2)}}{\cancel{x-2}} = x^2 - 5x - 4x + 20 = x^2 - 9x + 20$$

Построим график функции $y = x^2 - 9x + 20$ при $x \neq 2$. Это квадратичная функция, графиком будет парабола. Найдём координаты вершины

$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{9}{2} = 4,5 \qquad y_0 = 4,5^2 - 9 \cdot 4,5 + 20 = 20,25 - 40,5 + 20 = -0,25$

x	3	4	4,5	5	6	2
y	2	0	-0,25	0	2	6



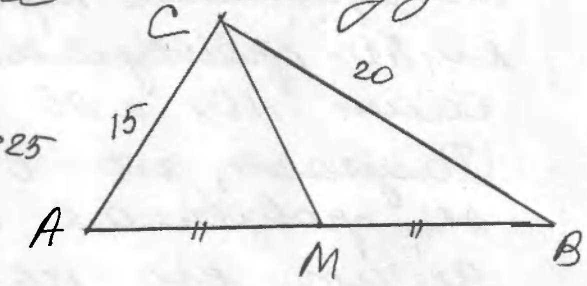
Прямая $y=m$ имеет с графиком функции ровно одну общую точку при $m=-0,25$ или $m=6$.

Ответ: $-0,25$; 6.

№24. В прямоугольном $\triangle ABC$ с прямым углом C известны катеты: $AC=15$, $BC=20$. Найдите медиану CM этого треугольника.

Решение.

Если около прямоугольного треугольника описать окружность, то гипотенуза этого треугольника будет диаметром этой окружности, а середина гипотенузы - центром этой окружности. Значит медиана, проведенная из прямого угла, является радиусом описанной окружности и равна половине гипотенузы.



По теореме Пифагора

$AB^2=AC^2+BC^2=15^2+20^2=225+400=625$

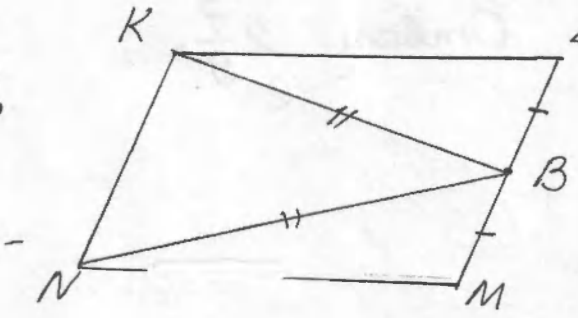
$AB=\sqrt{625}=25$.

Значит $CM=25:2=12,5$.

Ответ: 12,5.

№25. В параллелограмме $KLMN$ точка B - середина стороны LM. Известно, что $BK=BN$. Докажите, что данный параллелограмм - прямоугольник.

Решение.

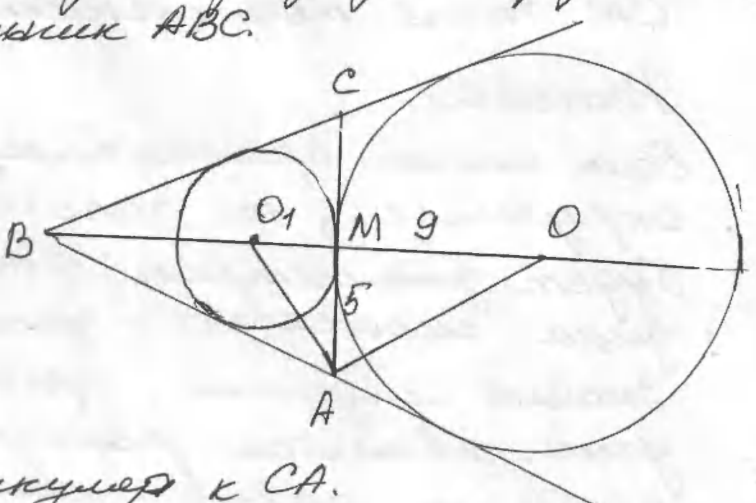


$\triangle KLB=\triangle NMB$ (по 3 сторонам),
т.к. $KB=NB$ (по условию)
$LB=BM$ (по условию)
$KL=NM$ (т.к. у параллелограмма противолежащие стороны равны)

Отсюда по определению равных треугольников соответствующие углы равны
$\angle KLB = \angle NMB$, а т.к это внутренние односторонние углы при параллельных прямых KL и MN и секущей LM, то их сумма равна $180°$. Значит $\angle KLB = \angle NMB = 180 : 2 = 90°$.

Т.к. у параллелограмма есть один прямой угол, то он прямоугольник.

№26. Основание AC равнобедренного ΔABC равно 10. Окружность радиуса 9 с центром вне этого треугольника касается продолжения боковых сторон треугольника и касается основания AC в его середине. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.



Решение.

Центры окружностей, вписанных в $\angle CBA$ лежат на биссектрисе угла CBA. Т.к. ΔCBA – равнобедренный, то BO серединный перпендикуляр к CA.

ΔO_1AO – прямоугольный (т.к. Угол между биссектрисами AO_1 и AO смежных углов равен $90°$)

Получаем, что в прямоугольном ΔAOO_1 высота AM, проведённая из вершины прямого угла, делит его на два подобных треугольника ΔO_1MA и ΔOMA. Значит соответственные стороны этих реугольников пропорциональны.

$$\frac{O_1M}{AM} = \frac{AM}{MO} \Rightarrow O_1M = \frac{AM^2}{MO} = \frac{5^2}{9} = \frac{25}{9} = 2\frac{7}{9}$$

Ответ: $2\frac{7}{9}$.